# Lösningsförslag till tentamen i Reglerteknik 160318 (endast problemdelen) uppg. 10 – 16

**10.** Approximerar med ett första ordningens system

$$G(s) = \frac{K}{1+sT} = \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{1,5}{1,5} = 1 \\ T \text{ avläses vid } 63\% \text{ nivå} \end{array} \right\} \approx \frac{1}{1+s\cdot 2,6}$$

**11.** Ur Bodediagram (amplitudkurva) fås en LF-asymptot med lutning −20dB/dek och därefter 2 brytpunkter vid ca: 10 rad/s och 1000 rad/s

LF-asymptot ger att vi har en integration. och eftersom amplitudkurvan bryter av 2 ggr nedåt till lutningar −40dB/dek och −60dB/dek, så har vi 2 tidskonstanter. $T_1 = \frac{1}{\omega_{b1}}$ och $T_2 = \frac{1}{\omega_{b2}}$

$$G(s) \approx \frac{K}{s\left(1+\frac{s}{\omega_{b1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{b2}}\right)}$$

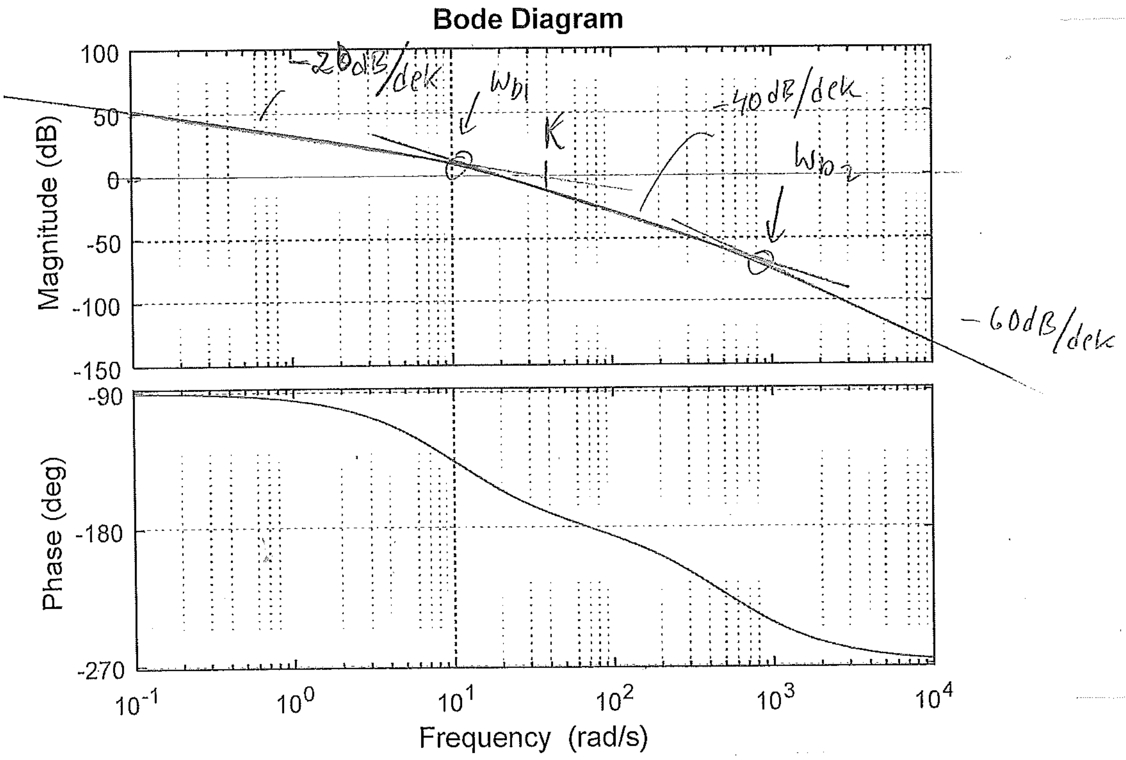
K avläses från när LF-asymptoten skär 0dB-linjen och fås då till $\approx 40$. $\left(\frac{K}{\omega} = 1\right)$

$$G(s) = \frac{40}{s\left(1+\frac{s}{10}\right)\left(1+\frac{s}{1000}\right)}$$

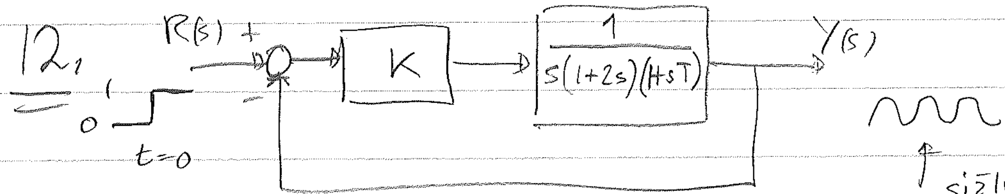
forts. nästa sida!

# 11 forts

Här visas hur brytfrekvenser och K har avlästs.




# 12.




$K = 10{,}5$

självsvänger = oscillerar med konstant amplitud

Karakteristisk ekvation: $1 + K \cdot \frac{1}{s(1+2s)(1+sT)}$

$T \cdot 2s^3 + 2s^2 + s^2T + s + 10{,}5 = 0$ Lös med Routh-Hurwitz

| | | | |
|---|---|---|---|
| $s^3$ | $2T$ | $1$ | $0$ |
| $s^2$ | $2+T$ | $10{,}5$ | $0$ |
| $s^1$ | $\frac{2+T-21T}{2T}$ | $0$ | |
| $s^0$ | $10{,}5$ | | |

$\rightarrow T > 0$

$\rightarrow T < \frac{1}{10}$

dvs vid $T = \frac{1}{10}$ så självsvängar systemet

13b

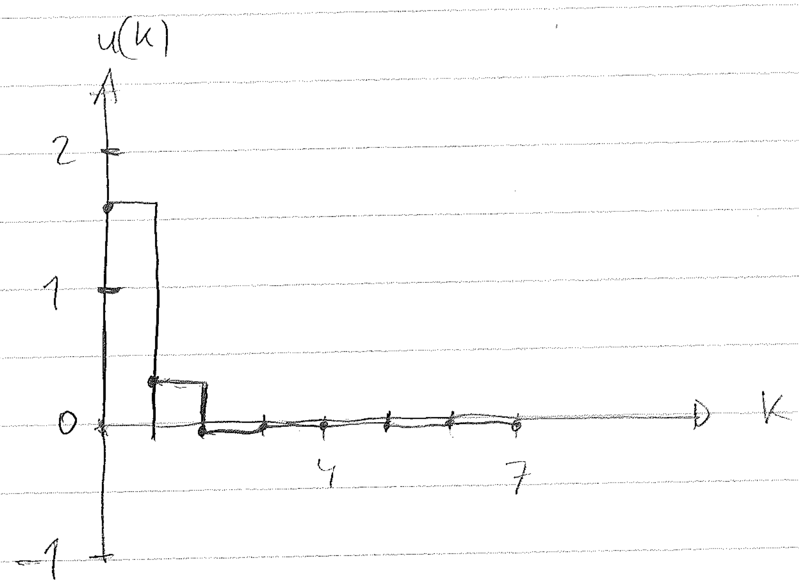
$$U(z) = \frac{1}{C(z)} \left( K_r \cdot R(z) - Y(z) \cdot D(z) \right)$$

$$U(z) \cdot C(z) = K_r \cdot R(z) - Y(z) \cdot D(z)$$

$$U(z)\left(1 - z^{-1}\right) = K_r \cdot R(z) - Y(z)\left(d_0 + d_1 z^{-1}\right)$$

redzu utrālm.

| k | $u(k) =$ | $u(k-1)$ | $+ \; 1{,}6\, r(k)$ | $-\; 3{,}6\, y(k)$ | $+\; 2\, y(k-1)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,6 | 0 | 1,6 | 0 | 0 |
| 1 | 0,32 | 1,6 | 1,6 | -2,88 | 0 |
| 2 | -0,05 | 0,32 | 1,6 | -3,45 | 1,6 |
| 3 | -0,1 | -0,05 | 1,6 | -3,57 | 1,92 |
| 4 | -0,11 | -0,1 | 1,6 | -3,594 | 1,984 |
| 5 | -0,112 | -0,11 | 1,6 | -3,599 | 1,997 |
| 6 | -0,112 | -0,112 | 1,6 | -3,599 | 1,999 |
| 7 | -0,112 | -0,112 | 1,6 | -3.6 | 1,9999 |



13.

$$G_p(s) = \frac{5}{s} \xrightarrow{h=0{,}1s} H_p(z) = \frac{5\cdot 0{,}1\, z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{0{,}5 z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

a) $\begin{cases} \text{grad } B = 1 \\ \text{grad } A = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{grad } C = 1 \\ \text{grad } D = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(z) = (1-z^{-1}) \\ D(z) = d_0 + d_1 z^{-1} \end{cases}$

$\text{grad } P = 2 \Rightarrow P(z) = (1-\underbrace{q_1}_{0{,}2} z^{-1})(1-\underbrace{q_2}_{0} z^{-1})$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{0{,}8}{0{,}5} = 1{,}6$$

Polynomidentiteten $\quad P(z) = A\cdot C(z) + B\cdot D(z)$

$$1-0{,}2z^{-1} = (1-z^{-1})(1-z^{-1}) + 0{,}5z^{-1}(d_0 + d_1 z^{-1})$$

Identifiera:

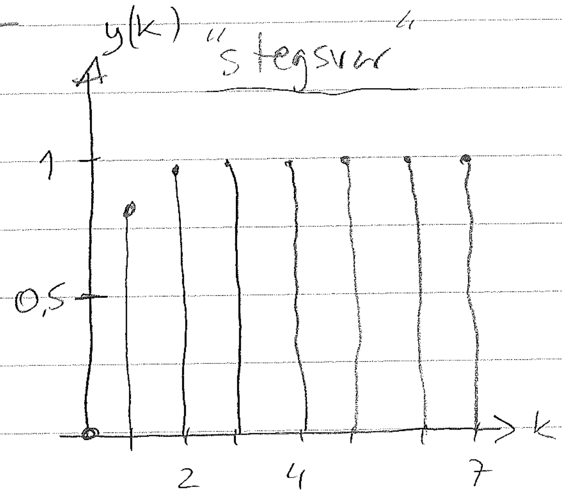
$z^{-0}$: $\quad 1 = 1$

$z^{-1}$: $\quad -0{,}2 = -2 + 0{,}5 d_0 \Rightarrow d_0 = 3{,}6$

$z^{-2}$: $\quad 0 = 1 + 0{,}5 d_1 \Rightarrow d_1 = -2$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{P(z)} = \frac{1{,}6\cdot 0{,}5z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}} = \frac{0{,}8z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}}$$

| k | $y(k) = 0{,}2y(k-1) + 0{,}8r(k-1)$ | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,8 | 0 | 0,8 |
| 2 | 0,96 | 0,16 | 0,8 |
| 3 | 0,992 | 0,192 | 0.8 |
| 4 | 0,9984 | 0,1984 | 0.8 |
| 5 | 0,9997 | 0,1997 | 0.8 |
| 6 | 0,9999 | 0,1999 | 0.8 |
| 7 | 1 | 0,2 | 0.8 |



# 14.

Inre loopens överföringsfunktion
$$\frac{\frac{K}{Js+B}}{1+\frac{K}{Js+B}\cdot K_h} = \frac{K}{Js+B+K\cdot K_h}$$

Totala överföringsfkn:

$$G_{tot} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{Js+B+K\cdot K_h}\cdot\frac{1}{s}}{1+\frac{K}{Js+B+K\cdot K_h}\cdot\frac{1}{s}} = \frac{K}{Js^2+(B+KK_h)s+K} = \frac{K}{s^2+(1+KK_h)s+K}$$

Detta är en 2:a ordningens system, sätt den lika

med
$$\frac{\omega_0^2}{s^2+2\varphi\cdot\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\begin{cases} K=\omega_0^2 & (1) \\ 1+K\cdot K_h = 2\varphi\cdot\omega_0 & (2) \end{cases}$$

Vi vet att

översving, $M = 0{,}2$

peaktid, $t_p = 1\text{sek}$ ur F.S fås

$$M = e^{-\frac{\varphi\pi}{\sqrt{1-\varphi^2}}} = 0{,}2$$

lös ut $\varphi \simeq 0{,}456$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\varphi^2}} = 1$$

lös ut $\omega_0 \simeq 3{,}53$

Vi kan nu bestämma
$$\begin{cases} K=\omega_0^2 \Rightarrow K \approx 12{,}5 \\ 1+KK_h = 2\varphi\omega_0 \Rightarrow K_h \simeq 0{,}178 \end{cases}$$

15. Diskretisera processen först.

$$G_p(s) = \frac{1}{s+2} = \frac{0,5}{0,5s+1} \xrightarrow[h=0,5sek]{} H_p(z) = \frac{K(1-e^{-h/T})z^{-1}}{1-e^{-h/T}z^{-1}}$$

$$H_p(z) = \frac{0,5\left(1-e^{-0,5/0,5}\right)z^{-1}}{1-e^{-0,5/0,5}z^{-1}} = \frac{0,316z^{-1}}{1-0,368z^{-1}} = \frac{0,316}{z-0,368}$$

- Beräkna gränsvärde på K för instabilitet!

Karakt. ekv: $1 + K \cdot \frac{0,316z^{-1}}{1-0,368z^{-1}} = 0$

$$1-0,368z^{-1} + 0,316Kz^{-1} = 0$$

$$z = 0,368 - 0,316K$$

Antar att vi tittar på $K>0$

$$\Downarrow$$

$$|z|=1 = 0,368 - 0,316K$$

$$K < 4,33$$

- Bestäm kvarstående fel i vårt tidsdiskreta reglersystem

när $K = \frac{K_{max}}{2} = \frac{4,33}{2} \simeq 2,16$ $\quad$ [F.S. sid 14]

steg $\quad e_0 = \lim_{z\to1} \frac{1}{1+H_R H_p} = \lim_{z\to1} \frac{1}{1+2,16\cdot\frac{0,316}{z-0,368}} = \lim_{z\to1} \frac{z-0,368}{z-0,368+0,657}$

$e_0(1) \simeq 0,48$ (ingen integration)

ramp $\quad e_1 = \lim_{z\to1} \frac{1}{(z-1)\left(1+2,08\cdot\frac{0,316}{z-0,316}\right)} = \infty$ (ingen integration!)

16. Kretsöverföringen

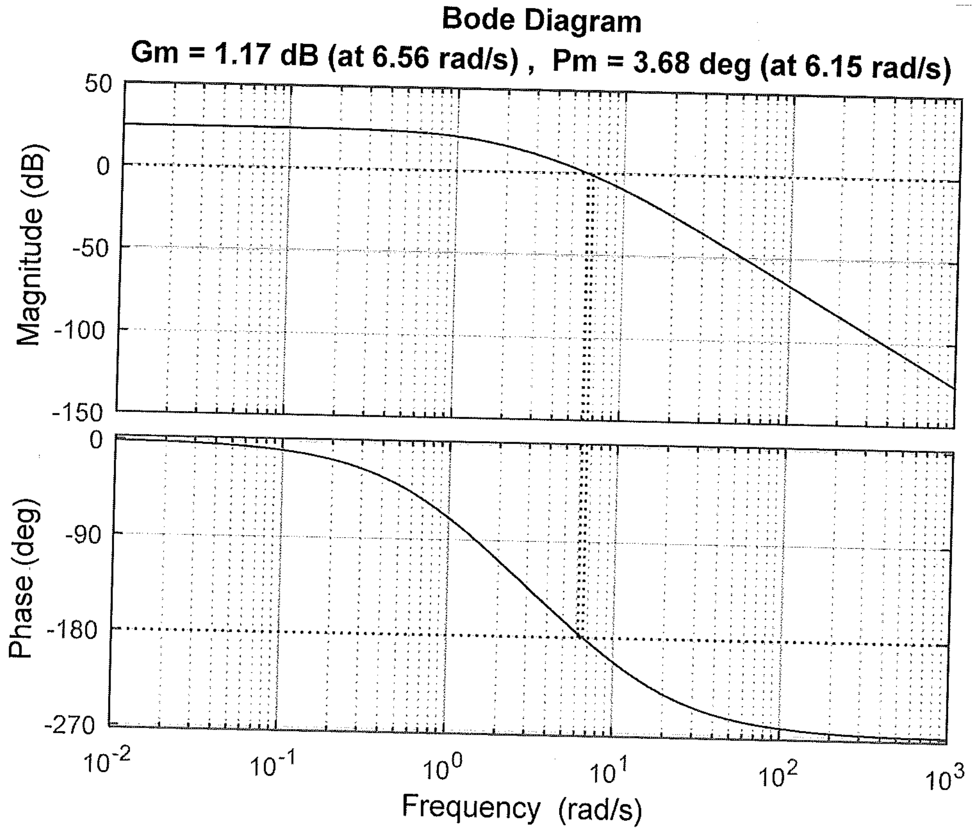
a) $G_R \cdot G_p(s) = \frac{100}{s+10} \cdot \frac{1}{(s+3)} \cdot \frac{5}{(s+1)}$

$\begin{cases} \omega_b = 10 \\ \omega_b = 3 \\ \omega_b = 1 \end{cases}$

$|G_R \cdot G_p(j\omega)| = \frac{500}{\sqrt{\omega^2+100^2}\sqrt{\omega^2+9}\sqrt{\omega^2+1}}$

$\arg\{G_R \cdot G_p(j\omega)\} = -\arctan\frac{\omega}{10} - \arctan\left(\frac{\omega}{3}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{1}\right)$

Lämpliga frekvenser att plotta ut. 1, 2, 5 i delad från 0,1 — 100 rad/s




b) $G_R \cdot G_p(0) = \frac{500}{30} = K_0$

$e_{ss} = \frac{1}{1+K_0} \cdot 100\,\text{rpm} = \frac{1}{1+\frac{500}{30}} \cdot 100\,\text{rpm} \approx 5{,}7\,\text{rpm}$